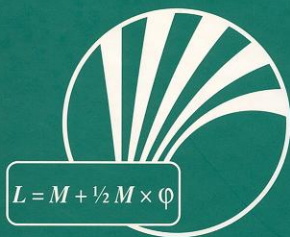


А.В. ПЕРЕЛЬМУТЕР, В.И. СЛИВКЕР

УСТОЙЧИВОСТЬ РАВНОВЕСИЯ  
КОНСТРУКЦИЙ  
И РОДСТВЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ

ТОМ 1



# СОДЕРЖАНИЕ

|   |           |
|---|-----------|
| <b>ПРЕДИСЛОВИЕ</b>  | <b>IX</b> |
| <b>1. УСТОЙЧИВОСТЬ РАВНОВЕСИЯ СИСТЕМ С КОНЕЧНЫМ ЧИСЛОМ СТЕПЕНЕЙ СВОБОДЫ</b>   | <b>1</b>  |
| <b>1.1 Определение понятия устойчивости равновесия</b>  | <b>3</b>  |
| 1.1.1 Теорема Лагранжа-Дирихле. Теоремы Ляпунова  | 6         |
| 1.1.2 Пример 1  | 11        |
| <b>1.2 Упругие системы с конечным числом степеней свободы</b>   | <b>15</b> |
| 1.2.1 Функционал устойчивости – функционал Болотина   | 23        |
| 1.2.2 Линеаризованные постановки задачи устойчивости равновесия   | 23        |
| 1.2.3 Пример 2  | 28        |
| 1.2.4 Пример 3 – парадоксы в задачах устойчивости равновесия?   | 37        |
| • О неинвариантности критической нагрузки по отношению к выбору обобщенных координат системы                              | 45        |
| <b>1.3 Некоторые общие теоремы теории устойчивости равновесия</b>   | <b>47</b> |
| 1.3.1 Отношение Релея и вариационно-рекурсивное определение критических нагрузок  | 49        |
| 1.3.2 О разложении исходного $n$ -мерного пространства векторов обобщенных перемещений в прямую сумму трех подпространств | 54        |
| 1.3.3 Нормальные координаты системы   | 58        |
| 1.3.4 О влиянии связей на устойчивость равновесия линеаризованной упругой системы   | 60        |
| 1.3.5 Теорема Папковича о выпуклости области устойчивости   | 64        |
| • Предупредительные замечания к теореме Папковича   | 73        |
| • Прикладной аспект теоремы Папковича   | 76        |
| 1.3.6 Еще раз о геометрической матрице жесткости  | 81        |
| 1.3.7 Устойчивость равновесия при несиловом воздействии   | 83        |
| <b>1.4 Характеристическая кривая упругой системы</b>  | <b>87</b> |
| • Система с одной степенью свободы  | 88        |
| • Система с несколькими степенями свободы   | 93        |
| <b>1.5 Заключительные комментарии к главе 1</b>   | <b>97</b> |
| <b>2. ВАРИАЦИОННАЯ ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ УСТОЙЧИВОСТИ РАВНОВЕСИЯ УПРУГИХ ТЕЛ</b>  | <b>99</b> |
| <b>2.1 Геометрически нелинейные задачи теории упругости</b>   | <b>99</b> |
| 2.1.1 Геометрические уравнения  | 99        |
| • Варьирование компонент тензора деформаций   | 103       |

#### IV СОДЕРЖАНИЕ

---

|  |     |
|--|-----|
| 2.1.2 Уравнения равновесия и статические краевые условия ..  | 104 |
| <b>2.2 Устойчивость равновесия упругого тела</b> .....   | 109 |
| 2.2.1 Линеаризованные постановки задачи устойчивости<br>равновесия упругого тела .....   | 113 |
| 2.2.2 О механической интерпретации отдельных слагаемых в<br>функционале устойчивости. Понятие об эквивалентной<br>нагрузке ..... | 118 |
| 2.2.3 Критерии критического состояния системы .....  | 120 |
| <b>2.3 Метод Ритца</b> .....   | 124 |
| <b>2.4 Смешанные функционалы в задачах устойчивости<br/>равновесия</b> .....   | 128 |
| • Пример .....   | 130 |
| <b>2.5 О функционалах типа Тимошенко</b> .....   | 136 |
| 2.5.1 Об использовании статически допустимых усилий в<br>функционале устойчивости равновесия .....                               | 142 |
| <b>2.6 Упругие системы при наличии связей</b> .....  | 146 |
| 2.6.1 Упругие системы с конечным числом степеней свободы<br>• Пример .....   | 148 |
| • Общий случай учета влияния связей способом<br>понижения размерности задачи .....   | 152 |
| • Учет влияния связей способом повышения размерности<br>задачи .....   | 156 |
| 2.6.2 Упруго деформируемое тело со связями .....   | 160 |
| • Упругое тело, армированное несжимаемой нитью .....   | 160 |
| <b>2.7 Упругие системы при наличии абсолютно твердых тел</b> .....   | 163 |
| 2.7.1 О равновесии упругой системы при наличии жестких тел   | 164 |
| 2.7.2 Кинематические соотношения для абсолютно<br>жесткого тела .....  | 168 |
| 2.7.3 О работе сил, приложенных к абсолютно твердому телу  | 171 |
| 2.7.4 Функционал устойчивости равновесия для системы с<br>абсолютно жестким телом .....  | 172 |
| 2.7.5 Матрица геометрической жесткости для абсолютно<br>жесткого тела .....  | 177 |
| • Системы с конечным числом степеней свободы .....   | 180 |
| 2.7.6 Пример .....   | 181 |
| • О моделировании пружин сжимаемыми стержнями ....   | 183 |
| <b>2.8 Условие жесткого контура, рассматриваемое в качестве связи</b>  | 186 |
| <b>2.9 Заключительные комментарии к главе 2</b> .....  | 189 |
| <b>3. АСИМПТОТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЗАКРИТИЧЕСКОГО<br/>ПОВЕДЕНИЯ</b> .....  | 191 |
| <b>3.1 О роли начальных несовершенств</b> .....  | 191 |
| 3.1.1 Устойчивость в большом. Верхние и нижние<br>критические нагрузки .....   | 202 |
| <b>3.2 Системы со многими степенями свободы</b> .....  | 210 |
| 3.2.1 Первоначальный анализ .....  | 212 |
| 3.2.2 Анализ в высших приближениях .....   | 216 |
| 3.2.3 Классификация сингулярных точек .....  | 217 |

|           |   |            |
|-----------|---|------------|
| 3.2.4     | Качество равновесия в сингулярных точках .....  | 218        |
| 3.3       | Заключительные комментарии к главе 3 .....  | 222        |
| <b>4.</b> | <b>УСТОЙЧИВОСТЬ РАВНОВЕСИЯ ПРЯМЫХ СТЕРЖНЕЙ .</b>  | <b>225</b> |
| 4.1       | Устойчивость равновесия сжатого стержня .....   | 226        |
| 4.1.1     | О краевых условиях при расчетах на устойчивость<br>равновесия сжатого стержня .....                   | 232        |
| 4.1.2     | Ортогональность форм потери устойчивости стержня ....   | 238        |
| 4.1.3     | Начальные несовершенства .....  | 241        |
|           | • О расчете по деформированной схеме .....  | 244        |
| 4.1.4     | Закритическое поведение сжато-изогнутого стержня .....  | 246        |
| 4.1.5     | Устойчивость равновесия стержня Тимошенко – учет<br>деформаций сдвига .....                           | 252        |
| 4.1.6     | Устойчивость равновесия стержня, покоящегося на<br>упругом основании .....                            | 256        |
| 4.2       | Вариационный вывод уравнения устойчивости сжатого<br>стержня .....                                    | 259        |
| 4.2.1     | Устойчивость равновесия сжатого стержня в рамках<br>технической теории стержней Бернулли-Эйлера ..... | 259        |
| 4.2.2     | Устойчивость равновесия стержня Тимошенко .....   | 263        |
| 4.3       | Устойчивость равновесия сжатой пружины .....  | 269        |
| 4.3.1     | Модель с двумя степенями свободы .....  | 270        |
| 4.3.2     | Дискретно-континуальная модель .....  | 272        |
|           | • Учет деформаций сдвига .....  | 276        |
| 4.3.3     | Модель эквивалентного стержня .....   | 277        |
|           | • Учет деформаций сдвига .....  | 282        |
| 4.4       | О выпучивании растянутого стержня .....   | 285        |
| 4.5       | Пространственные формы потери устойчивости стержня ...  | 291        |
| 4.6       | Зависит ли критическая сила от поперечной нагрузки ? .....  | 296        |
| 4.7       | Отношение Релея и формула Тимошенко .....   | 302        |
|           | • О формуле типа Тимошенко для стержня Тимошенко .  | 308        |
| 4.8       | Устойчивость стержней при кручении .....  | 311        |
| 4.8.1     | Об интегрировании системы уравнений (8.9) .....   | 319        |
| 4.8.2     | Кручение стержня при отсутствии продольной силы .....   | 321        |
| 4.8.3     | Краевые условия .....   | 322        |
| 4.8.4     | Примеры .....   | 325        |
|           | • Случай стержня, защемленного с двух концов .....  | 326        |
|           | • Случай консольного стержня .....  | 328        |
| 4.9       | Заключительные комментарии к главе 4 .....  | 331        |
| <b>5.</b> | <b>УСТОЙЧИВОСТЬ КРИВОЛИНЕЙНЫХ СТЕРЖНЕЙ И АРОК 333</b>   |            |
| 5.1       | Основные уравнения для криволинейного стержня<br>в линейной постановке задачи .....                   | 334        |
| 5.1.1     | Упрощения уравнений для криволинейного стержня с<br>несжимаемой осью .....                            | 338        |
|           | • Пример 1 .....  | 341        |
|           | • Пример 2 .....  | 347        |
| 5.2       | Вариационный вывод уравнений устойчивости равновесия  |            |

|  |            |
|--|------------|
| криволинейного стержня .....   | 350        |
| <b>5.3 Устойчивость равновесия несжимаемого криволинейного стержня .....</b>                     | <b>354</b> |
| 5.3.1 Устойчивость несжимаемого кругового кольца при действии мертвых радиальных сил .....       | 356        |
| 5.3.2 Устойчивость несжимаемой круговой арки под действием гидростатического давления .....      | 357        |
| • Круговая двухшарнирная арка .....  | 359        |
| • Круговая бесшарнирная арка .....   | 361        |
| 5.3.3 Устойчивость кольца под действием полярной радиальной нагрузки .....                       | 364        |
| 5.3.4 Устойчивость арок при вертикальной нагрузке .....  | 364        |
| <b>5.4 Устойчивость равновесия пологих арок .....</b>  | <b>367</b> |
| 5.4.1 Модельная задача – ферма Мизеса .....  | 369        |
| 5.4.2 Пологая арка под действием вертикальной нагрузки .....                                     | 378        |
| <b>6. УСТОЙЧИВОСТЬ РАВНОВЕСИЯ ТОНКОСТЕННЫХ СТЕРЖНЕЙ .....</b>                                    | <b>385</b> |
| <b>6.1 Тонкостенный стержень открытого профиля .....</b>   | <b>386</b> |
| 6.1.1 Устойчивость равновесия внецентренно сжатого стержня .....                                 | 386        |
| • Краевые условия .....  | 398        |
| • Характеристическое уравнение для критических сил внецентренно сжатого стержня .....            | 402        |
| • Тонкостенный стержень, сжатый вдоль линии центров изгиба .....                                 | 407        |
| • Центально сжатый тонкостенный стержень .....   | 413        |
| • Устойчивость равновесия тонкостенного стержня с недепланируемым сечением .....                 | 414        |
| <b>6.2 Поперечный изгиб тонкостенных стержней .....</b>  | <b>421</b> |
| • Устойчивость плоской формы изгиба тонкостенного стержня. Случай чистого изгиба .....           | 427        |
| • Обобщенная задача Прандтля-Мичелла .....   | 429        |
| • Обобщенная задача Тимошенко .....  | 435        |
| 6.2.1 Вариационный способ получения функционала Власова .....                                    | 438        |
| • Об учете уровня приложения внешней поперечной нагрузки .....                                   | 440        |
| <b>6.1 Тонкостенные стержни в рамках полусдвиговой теории .....</b>                              | <b>442</b> |
| 6.3.1 Устойчивость равновесия внецентренно сжатого стержня .....                                 | 444        |
| • Случай недепланируемого сечения .....  | 449        |
| 6.3.2 Устойчивость равновесия при поперечном изгибе стержней в рамках полусдвиговой теории ..... | 449        |
| 6.3.3 Многоэтажное здание как тонкостенный стержень .....  | 452        |
| <b>7. ПРОСТРАНСТВЕННЫЙ КРИВОЛИНЕЙНЫЙ СТЕРЖЕНЬ – ТЕОРИЯ КИРХГОФФА-КЛЕБША .....</b>                | <b>455</b> |
| 7.1 Элементарные сведения о геометрии пространственной кривой .....                              | 455        |

|   |            |
|---|------------|
| <b>7.2 Криволинейный стержень и его геометрия</b> .....   | 460        |
| <b>7.3 Кинематические соотношения для стержня</b> .....   | 466        |
| <b>7.4 Уравнения равновесия для стержня</b> .....   | 471        |
| <b>7.5 Физические уравнения</b> .....   | 474        |
| <b>7.6 Плоский криволинейный стержень</b> .....   | 476        |
| 7.6.1 Функционалы устойчивости равновесия для плоского криволинейного стержня .....                         | 478        |
| • Упрощения в функционале $S_{изв}$ .....   | 485        |
| • Упрощения в функционале $S_{эф}$ .....  | 486        |
| 7.6.2 Устойчивость плоской формы изгиба криволинейного стержня .....  | 488        |
| • Круговое кольцо под действием радиальной нагрузки - задача Николаи .....                                  | 489        |
| • Круговая арка в условиях чистого изгиба - задача Тимошенко .....  | 491        |
| <b>7.7 Прямолинейный стержень с начальной круткой</b> .....   | 496        |
| <b>7.8 Заключительные комментарии к теории Кирхгоффа-Клебша</b> .....                                       | 499        |
| <br>  |            |
| <b>8. КОНСЕРВАТИВНЫЕ СИЛЫ И МОМЕНТЫ.</b>  |            |
| <b>Парадоксы и заблуждения</b> .....  | <b>501</b> |
| <b>8.1 Некоторые случаи поведения внешних сил</b> .....   | 503        |
| <b>8.2 О гидростатической нагрузке</b> .....  | 510        |
| • Функционал устойчивости равновесия при действии гидростатической нагрузки .....                           | 512        |
| <b>8.3 О полярной нагрузке</b> .....  | 513        |
| <b>8.4 Моментная нагрузка</b> .....   | 515        |
| 8.4.1 Понятие обобщенных моментов .....   | 515        |
| 8.4.2 Компоненты вектора моментов и вектора поворотов в лагранжевой и эйлеровой координатных системах ..... | 524        |
| • Полулагранжевы координаты .....   | 527        |
| 8.4.3 Условия консервативности вектора внешних моментов .   | 528        |
| 8.4.4 Общий случай момента мертвых сил .....  | 539        |
| 8.4.5 Некоторые механические модели реализации моментов мертвых сил .....                                   | 543        |
| • О бимоментном воздействии .....   | 546        |
| 8.4.6 Уравнения равновесия, отвечающие поворотным степеням свободы механической системы .....               | 546        |
| 8.4.7 О попытке введения в обиход вектора обобщенных поворотов .....  | 549        |
| <b>8.5 Устойчивость стержней в трехмерном пространстве</b> .....  | 551        |
| 8.5.1 Возвращение к задаче устойчивости стержня при кручении .....  | 551        |
| • Пример. Устойчивость равновесия изолированного узла .....   | 554        |
| 8.5.2 Задача Николаи .....  | 555        |
| • Тангенциальный внешний момент – статический   |            |

## VIII СОДЕРЖАНИЕ

|   |            |
|---|------------|
| анализ .....  | 559        |
| • Аксиальный внешний момент – статический анализ ....   | 560        |
| • Тангенциальный внешний момент – динамический анализ .....   | 561        |
| 8.5.3 Возвращение к задаче устойчивости плоской формы изгиба .....                                    | 565        |
| • Шарнирно опертый стержень в условиях чистого изгиба .....   | 568        |
| • Чистый изгиб консольного стержня .....  | 573        |
| • Распределенная моментная нагрузка .....   | 582        |
| • Потеря устойчивости нулевого начального равновесного состояния .....                                | 585        |
| <b>8.6 Парадокс Аргироза и сопутствующие мифы .....</b>   | <b>587</b> |
| • Парадокс Аргироза. Миф о полутангенциальности изгибающего момента .....                             | 588        |
| • Миф о тангенциальности моментов сил упругости .....   | 591        |
| • Компоненты поворотов и производные от поперечных перемещений оси стержня .....                      | 591        |
| • Компоненты вектора поворотов как обобщенные координаты системы .....                                | 593        |
| <b>8.7 Заключительные комментарии к главе 8 .....</b>   | <b>594</b> |
| <b>ПРИЛОЖЕНИЯ .....</b>   | <b>597</b> |
| <b>A. Обоснование упрощений в функционале устойчивости равновесия для тонкостенного стержня .....</b> | <b>597</b> |
| <b>B. Ортогональные криволинейные координаты – формулы для компонент деформаций .....</b>             | <b>602</b> |
| B.1 Ортогональные криволинейные координаты. Общий случай .....  | 602        |
| B.2 Ортогональные криволинейные координаты, порождаемые плоской кривой .....                          | 605        |
| <b>C. Дополнения к теореме Папковича .....</b>  | <b>607</b> |
| C.1 Еще один вариант обоснования теоремы Папковича .....  | 607        |
| C.2 Дополнительное замечание к теореме Папковича .....  | 608        |
| <b>D. Качественные оценки критических сил .....</b>   | <b>611</b> |
| D.1 Преобразования нагрузки .....   | 611        |
| D.2 Преобразования жесткости .....  | 617        |
| <b>E. Элементарные сведения из теории катастроф .....</b>   | <b>620</b> |
| E.1 Идеология теории катастроф .....  | 620        |
| E.2 Некоторые элементарные катастрофы .....   | 624        |
| E.3 Влияние начальных несовершенств .....   | 628        |
| E.4 Взаимодействие форм потери устойчивости .....   | 630        |
| E.5 Процедура использования теории катастроф .....  | 639        |
| <b>ЛИТЕРАТУРА .....</b>   | <b>641</b> |
| <b>ИМЕННОЙ УКАЗАТЕЛЬ .....</b>  | <b>648</b> |
| <b>ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ .....</b>   | <b>651</b> |

## ПРЕДИСЛОВИЕ

*Во многих случаях, когда мы упоминаем об устойчивости, мы, по существу, имеем в виду не задачи устойчивости, а некоторые родственные проблемы.... Так давайте же говорить об "устойчивости и родственных проблемах". Такое расширенное название даст возможность, не теряя ни одной из задач, которые интересуют инженера-проектировщика, провести все же грань между методами теории устойчивости и методами, родственными им, но не содержащими в своей постановке концепции устойчивости.*

**В.В. Болотин** [1965-1]

Инженерные расчеты выполняются с помощью идеализированных расчетных схем, представляющих собой, в той или иной мере, упрощенную модель реальной конструкции. Некоторые детали, второстепенные, по мнению создателя расчетной схемы, остаются при этом за рамками рассмотрения, но такое допущение нуждается в проверке, поскольку известны разнообразные примеры того, как малые отклонения (возмущения) могут оказывать существенное влияние на работу конструкции, причем не только количественно, но и на качественном уровне. Реальная конструкция отличается от расчетной модели и [Болотин,1965-1]:

*«... это отличие обусловлено многочисленными более или менее мелкими отклонениями от проекта, дефектами и несовершенствами. Инженеру необходима уверенность в том, что, несмотря на наличие этих отклонений, реальная конструкция будет работать примерно так же, как и соответствующая ей идеализированная конструкция. При отсутствии такой уверенности проектирование утратило бы смысл».*

Проверка устойчивости равновесия, т.е. проверка того, что при малом возмущении исходное состояние равновесия сохраняется и система не приобретает качественно новых свойств в картине



## Х ПРЕДИСЛОВИЕ

---

напряженно-деформированного состояния, является неотъемлемой процедурой реального проектирования.

Часто можно услышать, что задачи устойчивости сводятся к проблеме собственных значений и поэтому они математически тождественны задачам о свободных колебаниях упругих систем. Но такое утверждение справедливо лишь отчасти даже в том случае, когда речь идет о задачах устойчивости равновесия в линеаризованной постановке. Дело в том, что на самом деле математическая основа задач устойчивости разнообразнее, шире и потому сложнее своего формального аналога в задачах о свободных колебаниях.

Коварное своеобразие задач устойчивости равновесия (хотя бы и в линеаризованной и чисто статической постановке) неоднократно приводило к различного рода ошибкам как в решениях конкретных прикладных задач, так и при обосновании отдельных положений теории устойчивости равновесия конструкций. Недаром история становления и развития этого раздела строительной механики более, чем история любой иной ее ветви, буквально нашпигована многочисленными ошибками, парадоксами, заблуждениями, некорректными или неточными формулировками, трактовками и т.п. Не избежали этих огорчительных (но извинительных!) попаданий в сачок коварства задач устойчивости и многие из знаменитостей, начиная уже с самого основателя постановки задачи статической устойчивости великого Эйлера.

Поток ошибок, поучительный разбор многих из которых в блестящем изложении приведен в известной книге Я.Г. Пановко и И.И. Губановой [1979], до сих пор не иссякает, свидетельством чего является, например, повсеместно распространенная ошибка в современных расчетных программных системах, обнаружение и анализ которой приведены ранее в [Perelmuter, Slivker, 2002] или [Перельмутер, Сливкер, 2002, с. 435-450]. Более того, анализ некоторых новых ошибок и парадоксов, насколько нам известно, не обсуждавшихся ранее в литературе, читатель найдет и в этой книге<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup> У авторов хватает чувства юмора, чтобы не претендовать на индульгенцию по поводу аналогичной греховности. Отдаем себе отчет, что обнаружение чужих ошибок и стерильность собственного текста — вещи разные. Кстати говоря [Арнольд, 2002]:

*"Ошибки играют в математике не меньшую роль, чем доказательства: анализируя их причины и пути их преодоления, можно быстрее идти вперед, чем тупо пытаться продвинуться в малоизученном направлении."*

---

Несмотря на наличие множества книг по теории устойчивости равновесия упругих конструкций, в том числе книг превосходных, жизненный опыт авторов от общения с молодыми специалистами (и не только с молодыми), получившими инженерное образование, показывает, что задачи устойчивости вызывают множество вопросов, ответы на которые эти инженеры не получили в процессе обучения. Нам представляется, что в определенной степени ответственность за это несут программы технических университетов и распространенные учебники по строительной механике, в которых проблема устойчивости равновесия упругих систем традиционно трактуется в несколько архаичной постановке. Так, например, согласно этим курсам будущий инженер (по крайней мере, инженер строитель) не только научается, но и приучается мыслить исключительно в категориях эйлеровой постановки задачи устойчивости равновесия.

Мы осознаем, что традиционное построение курсов устойчивости равновесия в распространенных руководствах, основанное исключительно на эйлеровой концепции, освящено традицией и продиктовано стремлением упростить изложение. Но дело в том, что упрощения подобного рода влекут за собой такие трудно выполнимые издержки образования, которые не окупаются выгодой от сэкономленных лекционных часов в аудитории технического университета за счет упрощенного изложения. Сталкиваясь с нестандартной проблемой (а в задачах устойчивости почти что каждая задача нестандартна), инженер зачастую оказывается обезоруженным только потому, что в процессе обучения он не был снабжен именно базовыми, фундаментальными теоретическими положениями теории устойчивости равновесия.

Логическая последовательность и неразрывная связь совокупных предметов, относящихся к механике в целом и, в частности, к теории устойчивости равновесия, в процессе обучения студента просматривается слабо. Скажем, такие предметы, как теоретическая механика, сопротивление материалов и строительная механика по отношению к проблемам устойчивости равновесия существуют как бы сами по себе. В каждом из этих предметов задачам устойчивости равновесия уделяется некоторое время, а вот общность и преемственность постановок этих задач от внимания студента ускользают.

Еще один аспект, подтолкнувший нас к написанию настоящей книги, связан с той постоянно возрастающей ролью, которую играют

---

А вот и еще подходящая случаю цитата [Босс, 2004]:

*"Как ни странно, живаясь в ошибки прошлого, получаешь больше, чем от заучивания стерильных истин."*

## ХII ПРЕДИСЛОВИЕ

---

современные средства автоматизации проектирования при выполнении инженерных расчетов, в том числе и расчетов на устойчивость равновесия. Нам доводилось уже обсуждать такую проблему, как интерпретация результатов расчетов, со многими специалистами и оказалось, что у очень многих пользователей современных программных систем отсутствует понимание того, что может дать расчет на устойчивость и как должны применяться его результаты, а у некоторых разработчиков программ нет четкой концепции оснащения программного комплекса функциями проверки устойчивости равновесия. Это тоже является следствием недостаточного знакомства с теоретическими основами устойчивости.

Не будем больше говорить о важности и полезности общего взгляда на проблему. Скажем лишь, перефразируя В.И. Арнольда, что теория устойчивости сама по себе не предотвращает возможные отказы конструкций в виде потери устойчивости равновесия, подобно тому, как таблица умножения, при всей ее полезности для бухгалтерского учета, не спасает ни от хищений отдельных лиц, ни от неразумной организации экономики в целом. Ее ценность в другом – она дает ориентир, пользуясь которым можно принимать правильные решения.

Методы анализа устойчивости равновесия являются инструментарием строительной механики. Как и любой другой инструментарий, он должен быть понят и освоен, в противном случае риск некорректного или неправильного его употребления возрастает. Поскольку для практикующего инженера одним из основных способов использования теоретических знаний является установление связи с нормами проектирования, мы посвятили этой проблеме заметную часть книги, несмотря на то, что в нормативных документах многое существенно отклоняется от той цельной концепции, которая представлена в теории устойчивости равновесия. Обсуждение и анализ такого рода отклонений представляются нам важными, поскольку они (эти отклонения) чаще всего не фиксируются в учебной или справочной литературе, а только рассыпаны (и то не всегда) по страницам периодических изданий.

Содержание книги во многом опирается на наши ранее опубликованные работы [Перельмутер, Сливкер, 2002], [Сливкер, 2005]. Порою мы заимствуем здесь из этих работ целые куски текста, возможно, с несущественной правкой, связанной с реализацией замысла этой работы. Точно так же, исходя из замысла создания достаточно цельного представления о проблеме, мы использовали работы других авторов (естественно, с соответствующими ссылками),

---

если только нам представлялось, что их подход соответствует нашему<sup>2</sup>.

Читатель, уже знакомый с литературой по теории устойчивости равновесия, увидит в нашей книге многих своих старых знакомых, однако они могут оказаться представленными в непривычном ряду соседей, и это соседство, возможно, укажет на те детали, которые ранее ускользали от его внимания. Если это поможет пониманию проблемы, мы будем считать свою задачу, в какой-то мере, выполненной.

Рассчитываем, что читатель этой книги прослушал (замена глагола на *усвоил* более чем приветствуется) курс теоретической механики и начальный цикл прочностных дисциплин (сопротивление материалов, строительная механика, основы теории упругости) в стандартном изложении. При рассмотрении ряда вопросов теории, в особенности касающихся вариационной трактовки задач устойчивости равновесия, предварительное ознакомление с книгой [Сливкер, 2005] безусловно поможет читателю, хотя мы и стремились к независимому изложению соответствующего материала<sup>3</sup>.

Требуемый уровень математической культуры читателя сведен к необходимому минимуму: знакомство с математическим анализом и линейной алгеброй в объеме современной программы технического университета. Если все же читателю понадобятся напоминания отдельных разделов теории матриц, то из множества распространенных руководств [Гантмахер, 1967], [Ланкастер, 1978], [Беллман, 1969] мы настоятельно рекомендуем для первоначального изучения блистательную по педагогическому мастерству, отто-

---

<sup>2</sup> Еще Вольтер писал, что *книги делаются из книг*. Это не означает, впрочем, что авторы отказываются от личных притязаний на новизну. Ряд постановок задач устойчивости равновесия, в особенности связанных с вариационными их формулировками, которые представляются нам важными и теоретически, и как платформа для построения численных решений, были разработаны авторами, в том числе и в процессе написания этой книги.

<sup>3</sup> Это касается не только различных обозначений и терминологии, во многом заимствованных из книги [Сливкер, 2005]. Более того, в ряде случаев в целях сокращения объема мы позволили себе не приводить в этой книге вывод некоторых требуемых по ходу изложения формул, сославшись на их вывод в [Сливкер, 2005]. Поэтому, на самом деле, полной независимости изложения материала настоящей книги от [Сливкер, 2005] не случилось. Объясняется это, в частности, тем, что фактически многие разделы настоящей книги по сути являются развитием и продолжением общего подхода к постановке задач об устойчивости равновесия конструкций, эскизно намеченного в главе 11 книги [Сливкер, 2005].

#### XIV ПРЕДИСЛОВИЕ

---

ченному литературному стилю и доступности изложения без ущерба для строгости и общности книгу американского математика и механика Герберта Стренга [1980]. Именно на эту книгу мы и будем постоянно ссылаться по ходу изложения основного текста книги. Более основательный материал по теории матриц читатель найдет в энциклопедического характера сочинении Ф.Р. Гантмахера [1967]. На эту книгу мы также время от времени будем давать ссылки. Предполагается также, что математический багаж читателя содержит и основы вариационного исчисления. Скажем, такой прием, как правило множителей Лагранжа при сведении условной экстремальной проблемы к безусловной, считается читателю известным.

Авторы отдают себе отчет в том, что содержание книги и принятый стиль изложения материала не позволяют отнести ее к категории легкого послеобеденного чтения, освобождающего от напряжений в коре головного мозга. И хотя некоторый налет детективности порожден самой обсуждаемой проблемой (а что дальше? а кто виноват?), от читателя ожидается постоянная готовность к усилиям мысли в целях полноценного включения в канву повествования.

Стоит отметить, что, в отличие от известной (и заслуженно пользующейся популярностью) книги Н.А. Алфутова, мы не избежали нестандартных задач, *"доставляющих истинное наслаждение специалистам, но отпугивающих многих студентов и вызывающих недоумение у некоторых инженеров-практиков"* [Алфутов, 1978, с. 6]. Мы придерживаемся скорее противоположной точки зрения, согласно которой рассмотрение нестандартных задач является одним из сильных педагогических приемов в процессе познания, который не только будоражит воображение, но и позволяет обучающемуся глубже проникнуть в существо проблем устойчивости равновесия конструкций. А одну из важнейших задач образования современного инженера мы как раз и видим в рассеивании возможного недоумения у инженеров-практиков. Недаром же такие книги, как [Пановко и Губанова, 1979], [Феодосьев, 1967], в которых нестандартные задачи представлены весьма выпукло, столь популярны как среди практикующих инженеров, так и в преподавательской среде, черпающей из этих книг постановки и решения нестандартных задач для рассмотрения их в студенческой аудитории.

\* \* \*

Теория устойчивости равновесия упругих систем составляет один из интереснейших разделов прикладной механики твердого деформируемого тела. Пленительная привлекательность этой теории сродни зовущим мелодиям мифологических сирен и почти никогда не

отпускает тех чудачков от строительной механики, которые успели хоть раз соприкоснуться с захватывающим очарованием ее проблематики. В компании этих чудачков по воле случая пришлось (посчастливилось!) оказаться и авторам этой книги.

По-настоящему все началось для нас той московской осенью 1963 г., когда авторам довелось быть свидетелями и участниками выдающейся научной конференции<sup>4</sup>, собравшей цвет отечественной строительной механики того времени. Эта научная конференция не только подвела итоги достигнутому, но и придала заметный импульс многим последующим исследованиям в решении проблем устойчивости равновесия конструкций. Роль и значение трудов этой конференции для последующего развития этого раздела строительной механики трудно переоценить. Они настолько существенны, что и сегодня, по прошествии более 40 лет основные научные результаты, отраженные в трудах конференции, выглядят свежо и нетривиально. Мы настоятельно рекомендуем всякому, имеющему серьезные намерения испытать свои силы в этой области научных исследований, тщательно ознакомиться с трудами этой конференции.

\* \* \*

История создания этой книги такова. Сначала авторам пришла в голову амбициозная идея написания обширной книги, в которой по предварительному замыслу были бы всесторонне отражены как достижения, так и проблемы современной нелинейной строительной механики. Было даже придумано и название такой книги «*Очерк нелинейной строительной механики*» и начата работа по ее написанию. Однако в ходе работы над текстом такой книги для авторов стало ясно, что при описании и обосновании многих (если не большинства) алгоритмов решения геометрически нелинейных задач требуется математически четкое и последовательное введение целого ряда понятий, которые естественным образом возникают при рассмотрении задач устойчивости равновесия механических систем<sup>5</sup>.

После некоторых размышлений мы пришли к выводу о том, что без отдельной монографии на эту тему реализация первоначальных намерений авторов была бы затруднительной. Дальше больше, погружение в проблематику устойчивости равновесия привело к росту объема книги, что вызвало необходимость расчленения ее на

---

<sup>4</sup> Проблемы устойчивости в строительной механике. Труды Всесоюзной конференции по проблемам устойчивости в строительной механике / Под ред В.В. Болотина, И.М. Рабиновича, А.Ф. Смирнова. —М.: Стройиздат, 1965.

<sup>5</sup> Например, такие понятия, как матрица мгновенной жесткости системы, матрица геометрической жесткости и др.

два тома. Мы посчитали целесообразным вынести на суд научной и инженерной общественности первый том нашего труда, не дожидаясь завершения работы над вторым томом. По нашим планам, для этого потребуется года полтора-два. Предварительно можем сказать, что во втором томе наше внимание будет сосредоточено в основном на следующих аспектах: постановка задачи устойчивости равновесия пластин и оболочек, устойчивость стержневых и комбинированных систем, численные методы в задачах устойчивости, связь с нормами проектирования.

Что же касается содержания представленного здесь первого тома, то мы его никак не комментируем – по нашему мнению, подробно структурированное оглавление избавляет нас от необходимости это делать.

### ***Наши благодарности***

Имена Алфутова Н.А., Болотина В.В., Броуде Б.М., Власова В.З., Вольмира А.С., Джанелидзе Г.Ю., Корноухова Н.В., Николаи Е.Л., Новожилова В.В., Нудельмана Я.Л., Пановко Я.Г., Папковича П.Ф., Ржаницына А.Р., Смирнова А.Ф., Тимошенко С.П., Феодосьева В.И. составляют далеко не полный перечень авторитетнейших отечественных специалистов, по печатным работам и публичным выступлениям которых продвигались в своем понимании теории устойчивости равновесия авторы настоящей книги. С некоторыми из них нам не только довелось быть знакомыми лично, но и иметь бесценную возможность персонального обсуждения различных тонких аспектов теории. Считаем себя обязанными отдать должное в благодарственном списке лиц, в решающей мере содействовавших написанию настоящей книги (не подозревая об этом!), в первую очередь именно этим специалистам, имена которых навсегда останутся в нашей благодарной памяти.

Выражаем нашу искреннюю признательность Д.В. Деревянкину и А.А. Полунину, которые оказали авторам большую помощь в процессе написания этой книги, взяв на себя труд по подготовке рисунков и выполнению некоторых вычислений.

Мы бы также хотели отметить с благодарностью ту чувствительную моральную поддержку компаний ЗАО "Институт Гипростроймост Санкт-Петербург" и "SCAD Soft", которую постоянно испытывали авторы в своей работе и без которой этот труд вряд ли мог быть завершен.